UNIVERSITE IBN ZOHR
FACULTE DES SCIENCES
AGADIR



جامعة ابن زهر
كليـــــة العلـــــــوم
أكاديـــر

FILIÈRE : SV1 – STU1

COURS DE PHYSIQUE

ÉLÉMENT DE MODULE : PHYSIQUE 1

Par

Kamal MAHDOUK

ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2009 - 2010

Faculté des Sciences – Université Ibn Zohr – B.P. 8106 Hay Dakhla, Agadir Maroc
☎ : (212) 028-22-09-57 ; Fax : (212) 028–22–01-00

SOMMAIRE

MÉCANIQUE DU POINT MATÉRIEL

CHAPITRE 1 : CINÉMATIQUE DU POINT MATÉRIEL

La cinématique du point matériel a pour objet l'étude des mouvements d'un point matériel (corps de très faible dimension assimilable à un point) sans se préoccuper des causes qui les produisent.

La notion de mouvement étant *relative* (un objet peut être immobile pour un observateur et en mouvement pour un autre observateur) il est nécessaire de l'étudier par rapport à un référentiel donné.

La cinématique classique n'étudie que des mouvements où la vitesse est faible devant celle de la lumière.

I. REPÈRE D'ESPACE - REPÈRE DE TEMPS

I.1 REPÈRE D'ESPACE

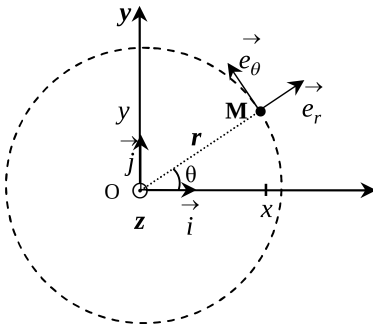
Pour résoudre tout problème de mécanique, il est nécessaire de repérer un point ***M*** dans l'espace dans le but de déterminer les composantes du vecteur-position $\vec{OM}$ et des vecteurs qui pourront être définis à partir de celui là (la vitesse et l'accélération par exemple).

On choisit donc un *repère d'espace* dans lequel on cherche à déterminer les composantes des vecteurs. Ce choix est orienté par la géométrie du problème.

I.1.1 Repère cartésien

C'est un repère d'espace orthonormé, noté ***R***, d'origine ***O*** et de vecteurs de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. La position du point ***M*** est caractérisée par ses *coordonnées cartésiennes* ***x***, ***y***, ***z***. Le vecteur d'équations $\vec{OM}$ s'écrit alors : $\vec{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$

I.1.2 Repère polaire



Dans le but de simplifier les calculs, il est avantageux de tenir compte de la *symétrie* du problème posé. Ainsi dans le cas par exemple où le point matériel se déplace sur un *cercle* il est intéressant d'utiliser les *coordonnées polaires*. La position du point matériel ***M*** est alors définie par la distance ***r*** du point ***M*** au point ***O*** (***r*** = $\|\vec{OM}\|$) et par l'*angle polaire* θ (angle orienté de rotation). La base des coordonnées polaires est $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta})$.

Le vecteur $\vec{OM}$ s'écrit alors: $\vec{OM} = r\vec{e}_r$.

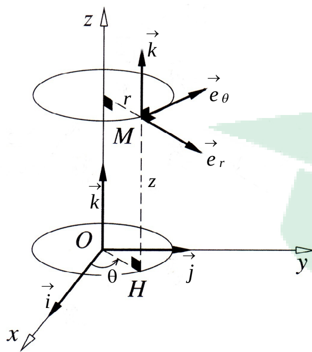
$\vec{e}_r$ = *vecteur unitaire* dont la direction et le sens sont ceux du vecteur $\vec{OM}$.

$\vec{e}_\theta$ = *vecteur unitaire* obtenu à partir de $\vec{e}_r$ par rotation de $+\pi/2$ autour de l'axe Oz.

Les *coordonnées polaires* de ***M*** sont donc (r,θ) tel que $r \in [0,+\infty]$ et $\theta \in [0, 2\pi]$.
On passe facilement des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes par les relations : $x = r\cos\theta$ et $y = r\sin\theta$.

I.1.3 Repère cylindrique

De nombreuses distributions physiques (masses charges...) possèdent une symétrie cylindrique. Dans de tels cas il peut être avantageux, afin de simplifier les calculs, d'utiliser le repère cylindrique: C'est un repère d'espace orthonormé: d'origine ***O*** et de vecteurs de base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{k})$. La position du point ***M*** est caractérisée par ses *coordonnées cylindriques* ***r, θ et z***. Le vecteur $\vec{OM}$ s'écrit alors :



$$\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{HM} = r\,\vec{e}_r + z\,\vec{k}$$

- $\vec{e}_\theta$ est le vecteur unitaire obtenu à partir de $\vec{e}_r$ par rotation de $\pi/2$ autour de l'axe Oz.
- ***H*** est la projection orthogonale de ***M*** sur le plan *xOy (et **r** = OH).*
- θ est l'angle formé entre $\vec{i}$ et $\vec{er}$.

On passe des coordonnées cylindriques aux coordonnées cartésiennes par les relations :

$$x = r\cos\theta \qquad y = r\sin\theta \qquad z = z.$$

Remarque

Dans le cas particulier: $z=0$, la représentation *cylindrique* devient la représentation *polaire* dans le plan *xOy*.

I.1.4 Repère sphérique

Dans le repère sphérique $\mathbf{R}(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$, la position du point ***M*** est définie par les *coordonnées sphériques* (r, θ, φ) telles que :

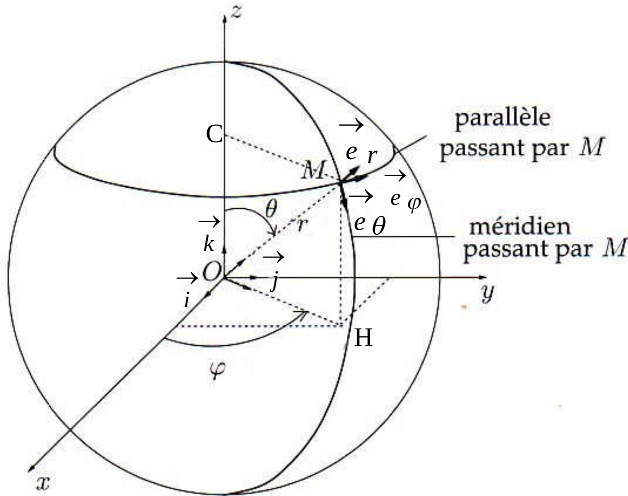
$$r = OM \qquad r \geq 0$$

$$\theta = (\vec{Oz}, \vec{OM}) \qquad 0 \leq \theta \leq \pi$$

$$\varphi = (\vec{Ox}, \vec{OH}) \qquad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

On passe des coordonnées sphériques aux coordonnées cartésiennes par les relations :

$x = OH.\cos\varphi = r\,\sin\theta.\cos\varphi$ $\quad$ $y = OH.\sin\varphi = r\,\sin\theta.\sin\varphi$ $\quad$ $z = OC = r\cos\theta$.



I.2 REPÈRE DE TEMPS: RÉFÉRENTIEL

La description du mouvement d'un point matériel exige de connaître sa position dans l'espace ***à tout instant***. Pour cela, en plus d'*un repère d'espace*, il faut définir *une échelle de temps* (deux passages consécutifs du Soleil au zénith...) à l'aide d'une ***horloge*.**

Un repère d'espace-temps qui associe une échelle de temps (une horloge) à un repère d'espace est appelé ***référentiel***.

Ainsi un point est fixe par rapport à un référentiel si ses coordonnées dans ce référentiel ($x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$) sont constantes au cours du temps ; dans le cas contraire il est en mouvement.

II. TRAJECTOIRE VITESSE ET ACCÉLÉRATION D'UN MOBILE

II.1 TRAJECTOIRE D'UN MOBILE

La courbe représentant l'ensemble des positions $M(t)$ du mobile définit sa ***trajectoire***. La trajectoire d'un point mobile **dépend du référentiel choisi**. *Exemple*: Un objet tombant suivant une verticale (pour un observateur) dans un train décrit une parabole pour un observateur placé sur le bord de la voie.

L'***équation de la trajectoire*** d'un point dans un repère donné est une relation entre les coordonnées de ce point ***indépendante du temps***: $f(x, y, z) = 0$.

Exemple : Si les coordonnées d'un mobile ponctuel sont :

$x = r\cos wt \qquad y = r\sin wt \qquad z = 0$

Alors, pendant une période $T = 2\pi/w$, *la trajectoire* du mobile est un *cercle* d'équation $x^2 + y^2 = r^2$ de centre ***O***, de rayon ***r***, situé dans le plan *xOy*.

II.2 VITESSE DANS UN RÉFÉRENTIEL "*R*"

La **vitesse** d'un point mobile ***M*** dans un référentiel ***R*** est la dérivée par rapport au temps du vecteur position d'équations $\vec{OM}$ dans le référentiel ***R*** choisi:

$$\vec{V} = \left(\frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_R$$

La dérivation temporelle de $\vec{OM}$ s'effectue à vecteurs de base de ***R*** constants.

II.2.1 Vitesse en coordonnées cartésiennes

Nous avons : $\vec{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ Alors :

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

Puisque $\vec{i}$, $\vec{j}$ *et* $\vec{k}$ sont des *vecteurs unitaires* ***constants*** (appartenants à ***R***) alors, leurs dérivées par rapport au temps sont nulles.
Dans la suite du cours, on remplacera les dérivées temporelles (dérivées par rapport au temps) $\frac{dx}{dt}$ par $\dot{x}$.

Ainsi: $\vec{V} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} \Leftrightarrow \dot{x} = V_x \quad \dot{y} = V_y \quad \dot{z} = V_z$

Les **caractéristiques** du vecteur vitesse d'un point mobile ***M*** sur une trajectoire ***T***, à l'instant ***t***, sont :

- ***direction***: celle de la tangente à la trajectoire au point occupé par ***M*** à l'instant ***t***,
- ***sens*** : celui du mouvement à cet instant,
- ***norme*** : égale à la vitesse instantanée (notée $\|\vec{V}\|$ ou plus simplement *V*)

II.2.2 Vitesse en coordonnées polaires

Puisque : $\vec{OM} = r\,\vec{e}_r$

alors: $$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d(r\,\vec{e}_r)}{dt} = \frac{d}{dt}(r\,\vec{e}_r) = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\,\frac{d(\vec{e}_r)}{dt}$$

Or : $$\frac{d(\vec{e}_r)}{dt} = \frac{d(\vec{e}_r)}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\,\vec{e}_\theta$$ donc : $$\vec{V} = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\,\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta$$

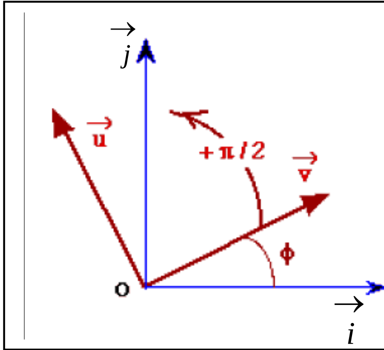
ou encore : $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_\theta$ soit $\vec{V} = V_r\,\vec{e}_r + V_\theta\,\vec{e}_\theta$

où : ***Vr*** et $\boldsymbol{V_\theta}$ sont les vitesses *radiale* et *orthoradiale* respectivement.

Rappel : dérivée d'un vecteur unitaire par rapport au temps :

Soit un vecteur unitaire $\vec{v}$ tel que: $\vec{v} = \cos\phi\,\vec{i} + \sin\phi\,\vec{j}$

Dans ce cas : $\frac{d(\vec{v})}{d\phi} = -\sin\phi\,\vec{i} + \cos\phi\,\vec{j} \Rightarrow \frac{d(\vec{v})}{d\phi} = \vec{u}$ donc : $\frac{d(\vec{v})}{d\phi} \perp \vec{v}$



de la même manière: $\frac{d(\vec{u})}{d\phi} = -\vec{v} \Rightarrow \frac{d(\vec{u})}{d\phi} \perp \vec{u}$

donc :

$$\frac{d(\vec{v})}{dt} = \frac{d(\vec{v})}{d\phi}\frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi}\frac{d(\vec{v})}{d\phi} = \dot{\phi}\,\vec{u}\ (\perp \vec{v}).$$

Ainsi, la dérivée d'un vecteur unitaire $\vec{v}$ *par rapport à un angle* ϕ est un vecteur unitaire $\vec{u}$ déduit de d'équations $\vec{v}$ par rotation de $+\frac{\pi}{2}$ dans le sens des ϕ croissants.

II.2.3 Vitesse en coordonnées cylindriques

En coordonnées cylindriques le vecteur $\vec{OM}$ s'écrit: $\vec{OM} = r\,\vec{e}_r + z\,\vec{k}$

alors: $\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d(r\,\vec{e}_r + z\,\vec{k})}{dt} = \frac{d}{dt}(r\,\vec{e}_r) + \dot{z}\,\vec{k} = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\frac{d(\vec{e}_r)}{dt} + \dot{z}\,\vec{k}$

Or : $\frac{d(\vec{e}_r)}{dt} = \frac{d(\vec{e}_r)}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\,\vec{e}_\theta$ ainsi : $\vec{V} = \dot{r}\,\vec{e}_\rho + r\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + \dot{z}\,\vec{k}$

Ou encore : $\vec{V} = V_r\,\vec{e}_r + V_\theta\,\vec{e}_\theta + V_z\,\vec{k}$

où : V_r et V_θ sont les vitesses *radiale* et *orthoradiale* respectivement.

II.3 ACCÉLÉRATION DANS UN RÉFÉRENTIEL "R"

L'accélération d'un point mobile ***M*** dans un référentiel ***R*** est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse $\vec{V}(M)$ dans le référentiel ***R*** choisi:

$$\vec{a} = \left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_R .$$

II.3.1 Accélération en coordonnées cartésiennes

Puisque : $\vec{V} = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k}$ *Alors :* $\vec{a} = \ddot{x}\,\vec{i} + \ddot{y}\,\vec{j} + \ddot{z}\,\vec{k}$

II.3.2 Accélération en coordonnées cylindriques

Nous avons : $\vec{V} = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + \dot{z}\,\vec{k}$ alors : $\vec{a} = \frac{d}{dt}(\dot{r}\,\vec{e}_r + r\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + \dot{z}\,\vec{k})$

En dérivant successivement tous les termes par rapport au temps et en tenant compte du fait que : $\frac{d(\vec{e}_r)}{dt} = \frac{d(\vec{e}_r)}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\,\vec{e}_\theta$ et $\frac{d(\vec{e}_\theta)}{dt} = \frac{d(\vec{e}_\theta)}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = -\dot{\theta}\,\vec{e}_r$

on obtient : $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\vec{e}_\rho + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\,\vec{e}_\theta + \ddot{z}\,\vec{k}$

II.4 ÉTUDE DE MOUVEMENTS USUELS

II.4.1 Le mouvement rectiligne

C'est un mouvement où la trajectoire est une droite. La vitesse et l'accélération sont portées par la droite. Si par exemple la droite est confondue avec l'axe $\vec{Ox}$ de vecteur unitaire $\vec{i}$ alors :

$$\vec{V} = V_x\,\vec{i} = \dot{x}\,\vec{i} \qquad et \qquad \vec{a} = a_x\,\vec{i} = \ddot{x}\,\vec{i}\ .$$

x(t) représente l'abscisse du point *M* à l'instant *t*.

II.4.1.1 Le mouvement rectiligne uniforme

C'est un mouvement rectiligne pour lequel ***la vitesse est constante*** :

$$\vec{V} = Cte = v_0 \quad (vitesse \quad à \quad t = 0)$$

Soit : $a = 0$ et $x(t) = v_0 t + x_0$

II.4.1.2 Le mouvement rectiligne uniformément varié

C'est un mouvement pour lequel ***l'accélération est constante*** : $a = Cte = a_0$

Donc : $V = a_0 t + v_0 \Rightarrow x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0$

Remarques :

- Par élimination de **t** il vient : $v^2 - v_0^2 = 2a_0(x - x_0)$
- Le mouvement est accéléré si $\vec{a}_0 \bullet \vec{V} > 0$ *c'*est à dire si $\vec{a}$ *et* $\vec{V}$ sont de même sens. Le mouvement est retardé dans le cas contraire.

II.4.2 Le mouvement circulaire

C'est un mouvement où la trajectoire du mobile ***M*** est un *cercle* (de rayon *R*).

Dans ce cas : $\vec{OM} = R\,\vec{e}_r \Rightarrow \vec{V} = \frac{d}{dt}(R\,\vec{e}_r) = \frac{d(R)}{dt}\vec{e}_r + R\frac{d(\vec{e}_r)}{dt} = R\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta$

soit : $\vec{V} = R\omega\,\vec{e}_\theta$ avec: $\omega = \dot{\theta} = vitesse\ \ angulaire$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(R\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta) = R\frac{d(\dot{\theta})}{dt}\vec{e}_\theta + R\dot{\theta}\frac{d(\vec{e}_\theta)}{dt} = R\ddot{\theta}\,\vec{e}_\theta - R\dot{\theta}^2\,\vec{e}_r$$

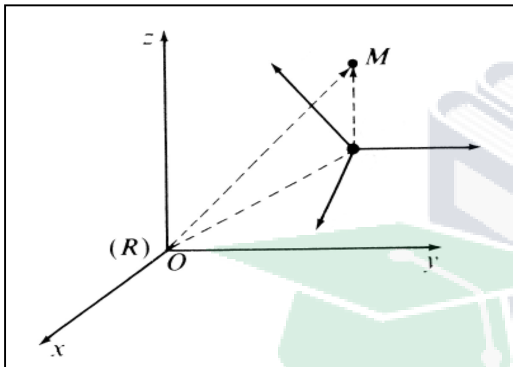
II.4.2.1 Cas du mouvement circulaire uniforme

Dans ce cas nous avons : $\omega = Cte = \omega_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -R\omega_0^2\,\vec{e}_r$:

L'accélération est *centripète* (dirigée vers le centre) et est constante ($\left\|\vec{a}\right\| = R\omega_0^2 = Cte$).

III. CHANGEMENT DE REPÈRE

III.1 INTRODUCTION



Le mouvement et le repos d'un point matériel sont deux notions relatives. On doit donc toujours préciser et définir le repère par rapport auquel l'observateur est placé.

Pour l'étude des mouvements d'un mobile ***M***, on définit un référentiel fixe dans l'espace d'origine O et de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ qu'on appellera référentiel ***absolu***, ou galiléen, noté $\boldsymbol{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et puis un référentiel ***relatif*** noté $\boldsymbol{R_1}$ $(O_1, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$ se déplaçant par rapport à ***R***.

Le point matériel ***M*** est définit à partir de ***R*** par : $\vec{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ ou bien à partir de $\boldsymbol{R_1}$ par : $\vec{O_1M} = x_1\,\vec{i}_1 + y_1\,\vec{j}_1 + z_1\,\vec{k}_1$.

III.2 COMPOSITION DES VITESSES

- La vitesse du point ***M*** dans le référentiel absolu (fixe) ***R*** (à l'instant ***t)*** est appelée ***vitesse absolue***. Elle est notée $\vec{V}_a(M)$ et est définie par:

$$\vec{V}_a(M) = \left(\frac{d\vec{OM}}{dt}\right)_R = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k}$$

- La vitesse du point ***M*** dans le référentiel relatif (mobile) $\boldsymbol{R_1}$ (à l'instant ***t)*** est appelée ***vitesse relative***. Elle est notée $\vec{V}_r(M)$ et est définie par:

$$\vec{V}_r(M) = \left(\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\right)_{R1} = \dot{x}_1\vec{i}_1 + \dot{y}_1\vec{j}_1\ \dot{z}_1\vec{k}_1$$

Par ailleurs, $\vec{OM} = \vec{OO_1} + \vec{O_1M}$, donc :

$$\vec{V}_a(M) = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt}\right)_R + \left(\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt}\right)_R + \left(\frac{d(x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1 + z_1\vec{k}_1)}{dt}\right)_R$$

$$\vec{V}_a(M) = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt}\right)_R + x_1\left.\frac{d\vec{i}_1}{dt}\right|_R + y_1\left.\frac{d\vec{j}_1}{dt}\right|_R + z_1\left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R + \dot{x}_1\vec{i}_1 + \dot{y}_1\vec{j}_1 + \dot{z}_1\vec{k}_1$$

Donc : $\vec{V}_a(M) = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt}\right)_R + x_1\left.\frac{d\vec{i}_1}{dt}\right|_R + y_1\left.\frac{d\vec{j}_1}{dt}\right|_R + z_1\left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R + \vec{V}_r(M)$

D’où *la loi de composition des vitesses* qui se met sous la forme :

$$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r$$

Avec : $\vec{V}_e(R_1/R) = vitesse\ \ d'entrainement\ \ de\ \ R_1\ \ par\ \ rapport\ \ à\ \ R$

$$\Leftrightarrow\ \vec{V}_e(R_1/R) = \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt}\right)_R + x_1\left.\frac{d\vec{i}_1}{dt}\right|_R + y_1\left.\frac{d\vec{j}_1}{dt}\right|_R + z_1\left.\frac{d\vec{k}_1}{dt}\right|_R$$

Ou bien : $\vec{V}_e(R_1/R) = \vec{V}(O_1)\Big)_R + \vec{\omega}(R_1/R) \wedge \vec{O_1M}$

Où : $\vec{\omega}(R_1/R)$ est le vecteur vitesse de rotation de ***R₁*** par rapport à ***R***.

Cas Particulier :

Lorsque le référentiel ***R₁*** (d'origine O_1) est animé d'un mouvement de ***translation*** par rapport à ***R*** (d'origine O) alors: $\omega(R_1/R) = 0$

donc: $\vec{V}_e(R_1/R) = \vec{V}(O_1)\Big)_R$ *et* $\vec{V}_a(M) = \vec{V}(O_1)\Big)_R + \vec{V}_r(M)$

III.3 COMPOSITION DES ACCÉLÉRATIONS

Les accélérations du point ***M*** mesurées dans ***R*** et ***R₁*** sont liées par la relation:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

avec: $\vec{a}_a(M)\Big|_R = accélération\ absolue\ (du\ point\ M\ dans\ R)$

$\vec{a}_r(M)\Big|_{R1} = accélération\ relative\ (du\ point\ M\ dans\ R_1)$

$\vec{a}_e = accélération\ d'entraînement$ dont l'expression est:

$$\vec{a}_e(R_1/R) = \left(\frac{d^2\vec{OO_1}}{dt^2}\right)_R + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{O_1 M} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O_1 M})$$

$\vec{a}_c = accélération\ complémentaire\ (ou\ de\ Coriolis)$ dont l'expression est:

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega}(R_1/R) \wedge \vec{V}_r(M)$$

Cas Particulier :

Lorsque le repère relatif ***R₁*** est animé d'un mouvement de ***translation uniforme*** par rapport au repère fixe ***R*** alors:

$$\omega(R_1/R) = 0 \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{d\vec{OO_1}}{dt}\right)_R = \vec{V}(O_1) = Cte$$

$\Rightarrow \vec{a}_e = \vec{a}_c = 0$ et $\vec{a}_a = \vec{a}_r$ $\Rightarrow$ l'accélération de ***M*** est la même dans ***R*** et ***R_1***.

Conclusion:

Si un référentiel ***R_1*** est en translation uniforme par rapport à un référentiel ***R*** alors l'accélération ne varie pas par changement de référentiel (de ***R*** à ***R_1***)

CHAPITRE 2: DYNAMIQUE DU POINT MATÉRIEL

Le mouvement d'un point matériel est la conséquence de ses interactions avec les corps qui l'entourent. Pour décrire ces interactions on fait appel au concept de *force*. La dynamique est l'étude des relations entre ces forces et le mouvement.

I. QUANTITÉ DE MOUVEMENT

Une particule de masse ***m***, animée d'une vitesse **V** par rapport à un référentiel ***R***, possède dans ***R*** une *quantité de mouvement*, notée ***p*** telle que :

$$\vec{p} = m\vec{V} \qquad \text{unité : } \quad Kg.m.s^{-1}$$

II. LE RÉFÉRENTIEL GALILÉEN

II.1 DÉFINITION

Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel le mouvement d'un point isolé est rectiligne et uniforme.

Remarque :

Les lois de la mécanique, et notamment le principe fondamental de la dynamique, ne sont valables que dans les référentiels galiléens.

II.2 EXEMPLES DE RÉFÉRENTIELS GALILÉENS

- Le référentiel de *Copernic* dont l'origine est confondue avec le centre d'inertie du système solaire (pratiquement confondu avec le centre du soleil) et dont les axes sont dirigés vers trois étoiles très éloignées est considéré comme *référentiel galiléen de base*.

- Tout référentiel en *translation rectiligne uniforme* par rapport au référentiel de *Copernic* (référentiel galiléen de base) est un référentiel *galiléen*.

- Le référentiel *géocentrique* dont l'origine est confondue avec le centre de la terre et dont les trois axes dirigés vers trois étoiles lointaines est en *translation elliptique* par rapport au référentiel de *Copernic* et *peut être assimilé* à un *référentiel galiléen*.

- Le référentiel lié à la terre (à une salle d'expériences sur terre) *n'est pas rigoureusement galiléen* à cause de la rotation de la terre autour de l'axe des pôles. Il sera tout de même considéré comme galiléen pour des applications pratiques qui ne réclament pas une très grande précision.

III. LE PRINCIPE FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE (PFD)

III.1 DANS UN RÉFÉRENTIEL GALILÉEN (R)

*Dans un référentiel galiléen **R**, la somme des forces « réelles »* $\sum \vec{F}$ *qui agissent sur le point matériel est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement:*

$$\sum \vec{F} = \left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)_R = m\,\vec{a}_a(M)$$

Cas particulier: Si la particule est ***isolée*** ($\sum \vec{F} = 0$) alors :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{V} = Cte$$

donc, *la quantité de mouvement d'une particule isolée se conserve* (=Cte). Nous retrouvons ainsi la définition d'un référentiel galiléen.

III.2 DANS UN RÉFÉRENTIEL NON GALILÉEN (R')

Compte tenu de la relation ci-dessus et de la loi de composition des accélérations, on peut écrire:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}_a(M) = m\left[\vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c\right] \Rightarrow \sum \vec{F} - m\,\vec{a}_e - m\,\vec{a}_c = m\,\vec{a}_r$$

soit : $$\sum \vec{F} - \vec{F}_{ie} - \vec{F}_{ic} = m\,\vec{a}_r$$

$\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e$ =Force d'inertie d'entraînement.

$\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c$ =Force d'inertie de Coriolis (ou complémentaire).

Ainsi, dans un référentiel ***non galiléen*** la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces « *réelles* » $\sum \vec{F}$ et des forces d'inertie $\vec{F}_{ie}$ *et* $\vec{F}_{ic}$ qui agissent su le point matériel.

III.2.1 Cas où le mouvement d'entraînement est une translation

C'est le cas par exemple d'une voiture en train d'accélérer (ou de freiner). Dans ce cas:

- l'accélération de Coriolis $\vec{a}_c = 2\vec{\omega}(R_1/R) \wedge \vec{V}_r(M)$ est nulle puisque $\vec{\omega}(R_1/R) = 0$.

- l'accélération d'entraînement $\vec{a}_e(R_1/R) = \left(\frac{d^2\vec{OO_1}}{dt^2}\right)_R$ = l'accélération de la voiture

Ainsi: la force d'inertie de Coriolis $\vec{F}_{ic}$ est nulle de sorte qu'il ne reste que la force d'inertie d'entraînement $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e$ qui est de sens opposé à celui de l'accélération d'entraînement et qui à tendance à *coller les passagers au siège* si la voiture *accélère* (et au contraire à les projeter en avant si la voiture freine).

IV. TRAVAIL, ÉNERGIE CINÉTIQUE ET THÉOREME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

IV.1 LE TRAVAIL D’UNE FORCE

Le *travail élémentaire* effectué par la résultante $\vec{F}$ des forces agissant sur une particule mobile, dont le point d'application subit un déplacement $\vec{dl}$ est par définition le produit scalaire :

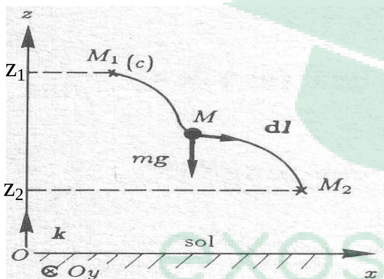
$$\delta W = \vec{F} \bullet \vec{dl}$$

Le travail total produit par la résultante des forces lorsque la particule se déplace d’un M_1 (à t_1) à un point M_2 (à t_2) est égal à la somme des travaux élémentaires le long de la courbe:

$$W = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F} \bullet \vec{dl} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \bullet \vec{V} dt$$

L'unité de travail est le *Joule* (***J***). Il est égal au travail effectué par une force constante de 1*Newton* (1 *N*) suivant une distance de 1 *mètre* (1 *m*).

Exemple : Travail de la force de pesanteur



Evaluons le travail du poids: $\vec{P} = m\vec{g}$ $(\vec{g} = -g\vec{k})$ lorsqu'une particule ***M*** de masse ***m*** décrit une trajectoire quelconque (ci-contre) entre M_1 (cote z_1) et M_2 (cote z_2).

Nous avons:

$$W = \int_{M_1}^{M_2} \vec{P} \bullet \vec{dl} = \int_{t_1}^{t_2} -mg\,\vec{k} \bullet \vec{dl}$$

or:

$$\vec{dl} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k} \Rightarrow \vec{k} \bullet \vec{dl} = dz$$

Par conséquent : $$W = mg(z_1 - z_2)$$

IV.2. THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Dans un référentiel galiléen, le principe fondamental de la dynamique appliqué à un point de masse ***m*** soumis à la force $\vec{F}$ (résultante des forces) s'écrit : $\vec{F} = m\frac{d\vec{V}}{dt}$. Le travail élémentaire au cours d'un déplacement $\vec{dl}$ $(\vec{dl} = \vec{V}dt)$ s'écrit alors :

$$\delta W = m\frac{d\vec{V}}{dt} \bullet \vec{dl} = m\frac{d\vec{V}}{dt} \bullet \vec{V}\,dt = d\left(\frac{1}{2}m\vec{V}^2\right) = dE_c$$

Avec : $E_c = \frac{1}{2} mV^2$ = énergie cinétique de la particule de masse *m* animée de la vitesse *V*.

On en déduit le travail total, *W*, effectué entre un instant initial t_1 (caractérisé par une vitesse V_1 de la particule) et un instant final t_2 (associé à la vitesse V_2) est :

$$W = (E_c)_2 - (E_c)_1 = \frac{1}{2} mV_2^2 - \frac{1}{2} mV_1^2$$

Énoncé du Théorème de l'énergie cinétique :

Le travail de la résultante des forces appliquées à une particule, dans un référentiel galiléen, entre les instants t_1 et t_2 est égal à la variation de l'énergie cinétique de la particule entre ces instants.

Remarques:

- Si le référentiel n'est pas galiléen, la résultante des forces doit inclure les forces d'inertie.
- A un travail *moteur* (W > 0, soit $E_{C2} > E_{C1}$) de la force correspond un *accroissement de la vitesse*, et à un travail *résistant* (W < 0, soit $E_{C2} < E_{C1}$) correspond une *diminution de la vitesse* de la particule.
- Lorsque la résultante des forces, $\vec{F}$, appliquées à la particule est orthogonale au déplacement ($\vec{F} \bullet \vec{dl} = 0$) alors, son énergie cinétique reste constante.

V. FORCES CONSERVATIVES, ÉNERGIE POTENTIELLE ET ÉNERGIE MÉCANIQUE

Une force est dite conservative lorsque le travail effectué par cette force est indépendant du chemin suivi entre le point de départ et le point d'arrivée.

Dans ce cas, la force $\vec{F}$ dérive d'une *énergie potentielle* ***Ep*** définie par :

$$E_p = -\int \vec{F} \bullet \vec{dl} \quad \textit{ou bien} \quad dE_p = -\vec{F} \bullet \vec{dl}$$

Remarques:

- L'énergie potentielle est toujours définie à une constante arbitraire près. Seules les différences d'énergie potentielle ont une signification physique.
- L'énergie potentielle dépend du référentiel choisi.

V.1 EXEMPLES DE FORCES CONSERVATIVES :

1) *Le poids :* Le poids $\vec{P}$ d'une masse *m* est le vecteur $m\vec{g}$ dirigé vers le bas. Choisissons l'axe *Oz* dirigé vers le haut. Les composantes du poids sont alors :

$$P_x = 0 \qquad P_y = 0 \qquad P_z = -mg$$

et le vecteur déplacement $\vec{dl}$ s'écrit dans la base cartésienne:

$$\vec{dl} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$$

ainsi: $dE_p = -\vec{P}\,\vec{dl} = -P_z dz = -(-mgdz) \;\Rightarrow\; E_p = \int dE_p = mgz + Cte$

d'où l'expression de *l'énergie potentielle de pesanteur* : $E_p(z) = mgz + Cte$

2) ***La force de rappel du ressort :*** Soit un ressort disposé suivant un axe *Ox*. Tirons sur une extrémité du ressort (l'autre étant fixe) en l'allongeant de x ($x = l - l_0$: variation de longueur du ressort). Il exerce alors sur l'opérateur une *force de rappel:* $\vec{F}_x = -k\,x\,\vec{i}$ la constante k est appelée *raideur* du ressort. Ainsi :

$$E_p = -\int \vec{F} \bullet \vec{dl} \Rightarrow E_p = -\int \vec{F}_x \bullet \vec{dx} = \int k\,x\,\vec{i} \bullet dx\,\vec{i} = \int k\,xdx \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} k\,x^2 + Cte$$

D'où l'expression de *l'énergie potentielle élastique*: $E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2 + Cte$.

V.2 PROPRIÉTÉ FONDAMENTALE DES FORCES CONSERVATIVES:

Le travail élémentaire d'une force est par définition égale à : $\delta W = \vec{F} \bullet \vec{dl}$

Or dans le cas où la force $\vec{F}$ est conservative, on a: $\vec{F} \bullet \vec{dl} = -dE_p$

Ainsi : $\delta W = -dE_p$

Par intégration sur un trajet allant d'un point de départ 1 vers un point d'arrivée 2, on obtient:

$$W = E_{p_1} - E_{p_2}$$

On retrouve le fait que le travail d'une force conservative ne dépend pas du chemin suivi pour aller d'un point 1 à un point 2. Il ne dépend que du point du départ (1) et du point d'arrivée (2).

V.3 ÉNERGIE MÉCANIQUE D'UNE FORCE CONSERVATIVE

Par définition, l'énergie mécanique totale d'une particule est la somme de son énergie cinétique, E_C, et de son énergie potentielle, E_P :

$$E_m = E_c + E_p$$

Or pour une force conservative nous avons montré que :

$$W = E_{c2} - E_{c1} = E_{p_1} - E_{p_2}$$

Donc pour une telle force on peut écrire:

$$W = E_{c1} + E_{p_1} = E_{c2} + E_{p_2} \;\Leftrightarrow\; E_{m_1} = E_{m_2} = Cte$$

Conclusion: *L'énergie mécanique d'une particule soumise à une force conservative se conserve (reste constante) au cours du mouvement.*

VI. FORCES NON CONSERVATIVES (OU DISSIPATIVES)

Une force est dite non conservative (ou dissipative) si le travail de cette force entre deux points *A* et *B* de l'espace dépend du chemin suivi.

Exemple : les forces de frottements sont des forces non conservatrices.

Soit une particule *M* de masse *m*, animée d'un mouvement sous l'action de diverses forces (conservatives et non conservatives)
L'application du théorème de l'énergie cinétique au cours d'un déplacement de la particule conduit à :

$$W = W_c + W_d = E_{c2} - E_{c_1}$$

avec : W_c = travail associé aux forces conservatives
W_d = travail associé aux forces dissipatives

Puisque : $W_c = Ep_1 - Ep_2$ alors: $W_d = (Ec_2 + Ep_2) - (Ec_1 + Ep_1)$

soit: $\mathbf{W_d = (Em_2 - Em_1)}$

Ainsi: la perte de l'énergie mécanique est mesurée par le travail des forces dissipatives.

Remarque :

En présence de forces de frottement (forces dissipatives), une partie de l'énergie mécanique est fournie au milieu extérieur sous forme de chaleur. Il se produit donc une transformation de l'énergie mécanique en énergie thermique (ou *chaleur: notion traitée en cours de thermodynamique*).

MÉCANIQUE DES FLUIDES

CHAPITRE 1 : STATIQUE DES FLUIDES

I. DÉFINITION D'UN FLUIDE

L'état *fluide* est un état *déformable* : sa forme s'adapte aux contraintes extérieures. Il se distingue de l'état *solide indéformable* et recouvre deux états physiques :

- *Le gaz* : fluide compressible (et expansible). Il occupe toujours le volume maximal qui lui est offert.

- *Le liquide* : fluide incompressible. Il n'occupe qu'un volume limité. En effet leur capacité à changer de volume lorsqu'on exerce sur eux des forces est négligeable.

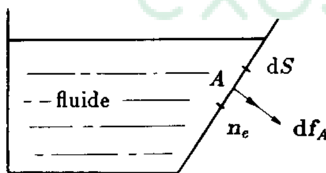
L'état fluide et l'état gazeux se distinguent par l'ordre de grandeur de la masse volumique : $\rho = \frac{m}{V}$.

Exemple **:** Le tableau ci-dessous compare certaines caractéristiques physiques de l'eau vapeur et de l'eau liquide sous pression atmosphérique et à température ambiante :

	Eau vapeur	***Eau liquide***
Densité particulaire (m^{-3})	$2,7 \cdot 10^{25}$	$3,3 \cdot 10^{28}$
Masse volumique ($Kg.m^{-3}$)	0,8	$1,0 \cdot 10^{3}$
Compressibilité isotherme (Pa^{-1})	10^{-5}	$5,0 \cdot 10^{-10}$

Ainsi les gaz sont moins denses et beaucoup plus compressibles que les liquides.
Un fluide est considéré comme un milieu continu, décomposable en éléments de volume, infiniment petits. Le fluide est qualifié de *parfait* si la modification de sa forme ne nécessite pas d'énergie (il n'existe pas de force s'opposant au glissement des molécules les unes sur les autres ou le long des parois). Si cette condition n'est pas satisfaite, le fluide est alors qualifié de *réel*.

II. PRESSION DANS UN FLUIDE AU REPOS



Un liquide en équilibre dans un récipient exerce, sur une surface élémentaire $\vec{dS_A} = dS_A \vec{n}$ de la paroi une force « pressante » $\vec{dF_A}$ dirigée vers l'extérieur.

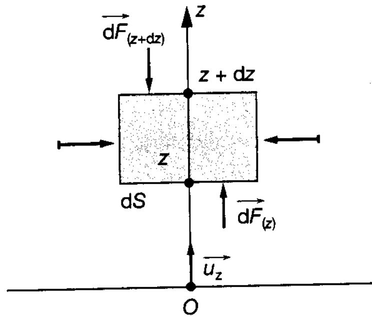
La pression du fluide au point A de la paroi est une grandeur scalaire notée $p(A)$ définie par :

$$\vec{dF_A} = p(A)\vec{dS_A} \iff \vec{dF_A} = p(A)dS_A\vec{n}$$

où : $\vec{n}$ est le vecteur unitaire porté par la normale à la surface, dirigé vers l'extérieur.

Remarque : d'après le principe de l'action et de la réaction, l'élément dS_A de la paroi exerce sur le fluide, la force élémentaire $-\overrightarrow{dF_A}$.
L'unité de pression dans le système international est **le pascal** (***Pa***) : il correspond à l'action d'une force de $1N$ sur une surface de $1m^2$.

III. ÉQUATION FONDAMENTALE DE LA STATIQUE DES FLUIDES



Soit une portion élémentaire de fluide dont la forme est un cylindre élémentaire d'axe *Oz*, délimité par des surfaces *dS* horizontales d'altitudes respectives *z* et *z+dz*. La condition d'équilibre en projection sur l'axe *Oz* se traduit par :

$$dF(z)-dF(z+dz)-(dm).g = 0$$

Étant donné que :
$dF(z)=p(z).dS$ et $dF(z+dz)=p(z+dz).dS$
et sachant que :
$dm=\rho.dV=\rho.dS.dz$ (*ρ est la masse volumique du fluide à l'altitude z*)

on obtient : $p(z+dz)-p(z) = -\rho\, g\, dz$

Or : $p(z+dz)-p(z) = dp$ représente la variation de la pression lorsque la variable *z* varie de *dz*.

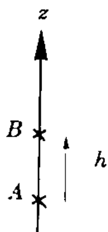
Ainsi :

$$dp = -\rho\, g\, dz$$

Cette relation constitue *l'équation fondamentale de la statique des fluides* dans le cas d'un fluide en équilibre dans le champ de pesanteur uniforme.

IV. APPLICATION AUX FLUIDES INCOMPRESSIBLES ET HOMOGÈNES

La masse volumique, ρ, d'un fluide dépend de la pression, p, et de la température, T. Un fluide *incompressible* est caractérisé par : *ρ indépendante de p*.
On désigne par *fluide homogène* tout fluide dont la masse volumique est la même en tout point de l'espace (occupé par ce fluide).
Par conséquent, la masse volumique d'un fluide incompressible, maintenu à température constante, *est uniforme,* de valeur ρ_0 (constante).



La différence de pression p_B-p_A, entre deux points A et B distants de h d'un fluide incompressible (à température constante), s'écrit :

$$p_B - p_A = \int_A^B dp = -\rho_0 g \int_A^B dz = -\rho_0 g (z_B - z_A)$$

Soit : $$p_A - p_B = \rho_0 g (z_B - z_A) = \rho_0 g h$$

Ainsi, dans un liquide au repos, la différence de pression entre deux points A et B est égale au *poids* d'une colonne de ce liquide, de

section unité (S=1), dont la hauteur est égale à la différence d'altitude de A et B.

Exemples :

- *cas de l'eau :* $\rho_0=10^3$ *kg.m*$^{-3}$, $h=1$ *m*, g=9.8 *m.s*$^{-2}$, $\Delta p \approx 10^4 Pa \approx 0.1 atm$. La variation de pression n'est pas négligeable devant la pression atmosphérique.
- Si un plongeur descend à une profondeur d'eau de 10 m, il ressentira une surpression de :

$$\Delta p = p_z - p_{z_0} = -10^3(9.8)(-10) \approx 10^5\, Pa \approx 1 atm$$

Remarques :

L'équation fondamentale de la statique des fluides s'écrit aussi sous la forme :

$$p_z + \rho g z = p_{z_0} + \rho g z_0$$

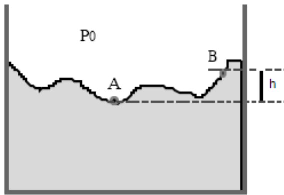
soit :

$$p_z + \rho g z = Cte$$

Ainsi, tous les points du fluide situés à la même cote *z* (situés sur un plan horizontal) possèdent la même pression. Les surfaces isobares (*p=Cte*) sont donc représentées par des plans horizontaux (*z=Cte*).

IV.1 CONSÉQUENCES EXPÉRIMENTALES

IV.1.1 Surface libre d'un liquide



Puisque : $p_A - p_B = \rho_0 g(z_B - z_A) = \rho_0 g h$

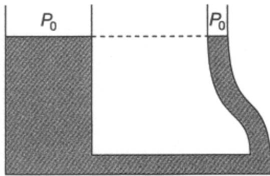
et : $p_A = p_B = p_{atm} = p_0$

alors : $h = 0$

Ceci veut dire que deux points quelconques de la *surface libre* d'un liquide (en contact avec l'air atmosphérique par exemple) ont la même cote :

La surface libre d'un liquide (au repos) est plane et horizontale.

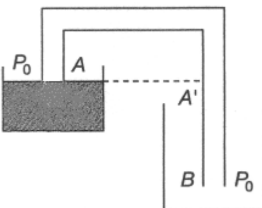
IV.1.2 Principe des vases communicants



Lorsque des vases communiquent, les différentes surfaces libres du liquide sont dans un même plan horizontal, puisqu'elles sont soumises à la même pression (la pression atmosphérique p_0).

- APPLICATION : le principe du siphon

Un siphon se présente comme un tube en *U* renversé ; il sert à transvaser les liquides. Dans un premier temps, il est indispensable d'amorcer le siphonage en remplissant le tube en U au moyen d'une aspiration à l'extrémité B.



Dès que le niveau du liquide dans le siphon se trouve au dessous du point A', le liquide est transféré d'un récipient à l'autre spontanément.

En effet, la pression du liquide au point A est égale à p_0. Sa pression lorsqu'il arrive au point A' est égale à p_0 car A et A' sont à la même cote ($p_A = p_{A'} = p_0$).

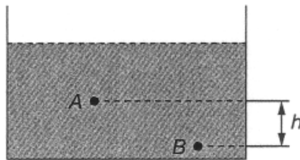
Par contre, la pression du liquide en un point B situé en dessous du point A' est égale à :

$$p_B = p_{A'} + \rho g A'B > p_0 = p_A = p_{A'}$$

Cette opération se termine quand les surfaces libres des récipients sont coplanaires (situées sur le même plan).

IV.2 THÉORÈME DE PASCAL

Toute variation Δp de pression en un point du fluide (point A par exemple) est transmise intégralement en tout autre point du fluide au repos (au point B par exemple).

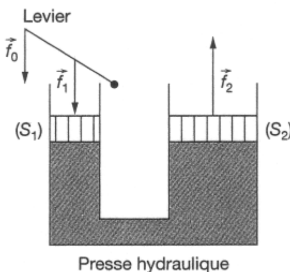


En effet, d'après l'équation fondamentale de l'hydrostatique p_B et p_A sont lié par :

$$p_B = p_A + \rho_0 g h$$

donc : une variation Δp de pression au point *A* est intégralement transmise au point *B (car $\rho_0 gh$ est une constante).*

- Exemple d'application : le principe d'une presse hydraulique



Presse hydraulique

Un récipient contenant de l'eau, comporte deux ouvertures fermées par des pistons, de surfaces très différentes : S_1 et $S_2 >> S_1$.

Toute force F_1 exercée sur le petit piston, produit une augmentation de pression, égale à : $\Delta p = \frac{F_1}{S_1}$ qui est transmise au niveau du piston de surface S_2.

Le piston de surface S_2 est alors soumis à une force F_2 telle que: $\Delta p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_2 = S_2 \Delta p = \frac{S_2}{S_1} F_1 >> F_1$.

La machine hydraulique permet ainsi d'amplifier considérablement la force F_1.

Si par exemple, le rapport des diamètres des sections est égal à 10 (D_1=1cm et D_2=10cm à titre d'exemple), le rapport des sections est égal à 100. Dans ce cas F_2 est 100 fois plus grande que F_1.

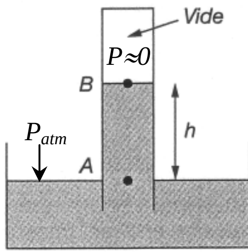
Remarque : Pour exercer une force F_1 sur la surface (S_1) plus importante qu'une force F_0 exercée à la main, on utilise un levier (figure ci-dessus).

IV.2.1. Applications pratiques : Mesure des pressions

V.2.1.1 Baromètre à mercure

On l'utilise en général pour mesurer la pression atmosphérique P_{atm}.

Un tube qui est retourné sur une cuve à mercure, contient une hauteur *h=AB* de mercure surmonté du vide. Le choix du mercure est lié à sa très forte masse volumique ρ_{Hg}=13.6 10^3 $kg.m^{-3}$ (entraînant des hauteurs aisément mesurables).



d'après l'équation fondamentale de l'hydrostatique p_B et p_A sont lié par :

$$p_A - p_B = +\rho_{Hg} gh \Rightarrow p_A = p_{atm} = \rho_{Hg} gh$$

En effet la pression au point *A* du mercure situé dans le plan horizontal est aussi la pression atmosphérique.
Les mesures expérimentales montrent que la pression atmosphérique p_{atm} correspond alors à une hauteur de mercure : $h=76cm$. Ainsi :

$$p_{atm} = 13.6\ 10^3.\ 76\ 10^{-2}.\ 9.8=1.013\ 10^5\ Pa.$$

Nous avons donc la correspondance suivante :

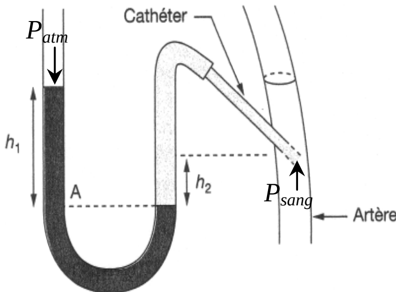
$$1\ atm = 76\ cm\ Hg = 1.013\ 10^5\ Pa = 1.013\ bar.$$

Remarque: Dans le cas de l'eau on obtiendra une hauteur $\boldsymbol{h_e}$ bien plus grande:

$$p_A - p_B = +\rho_{Hg} gh_{Hg} = \rho_e gh_e \Rightarrow h_e = h_{Hg} \frac{\rho_{Hg}}{\rho_e} = 10{,}3\, m$$

V.2.1.2 Capteur de pression : Mesure de la pression artérielle

Un manomètre (tube coudé) est prolongé par un cathéter, c'est-à-dire un petit tuyau en verre (ou en plastique), rempli d'une solution saline (contenant un agent anticoagulant). Le cathéter, qui est introduit dans une artère d'un animal permet de mesurer la pression du sang.
En effet, si l'on note respectivement ρ_1 et ρ_2 les masses volumiques du liquide du manomètre et de la solution saline (contenue dans le cathéter), on obtient :

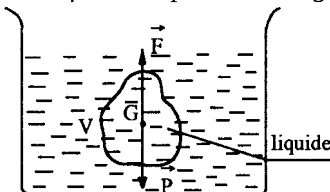


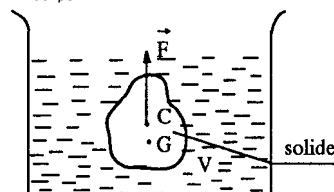
$p_A = p_{atm} + \rho_1 gh_1 = p_{sang} + \rho_2 gh_2$ car le liquide à l'intérieur du tube coudé possède une même pression en tout point d'un plan horizontal en équilibre. Donc :

$$p_{sang} = p_{atm} + g(\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2)$$

VI. THÉORÈME D'ARCHIMÈDE

« Tout corps immergé dans un fluide au repos subit de la part de celui-ci une poussée verticale dirigée de bas en haut et égale au poids du fluide déplacé : $\pi_A = g.\rho_{fulide}.V_{corps}$ ».





Un volume V de liquide contenu dans une surface S, subit de la part du liquide voisin qui l'entoure, une force $\vec{F}$ qui est *la résultante des forces pressantes* (ou de pression) exercées sur chaque élément de la surface S.

Cette résultante $\vec{F}$ appelée « poussée d'Archimède » est verticale, dirigée vers le haut et appliquée en un point C (appelé *centre de poussée*) confondu avec le centre de gravité du volume V du liquide.
Remplaçons le volume V du liquide par un corps solide de même surface S. Les forces pressantes de résultante $\vec{F}$ subsistent toujours puisque rien n'a été changé à l'extérieur de S. Le corps solide subit ainsi une force $\vec{F}$ égale et opposée à son poids.

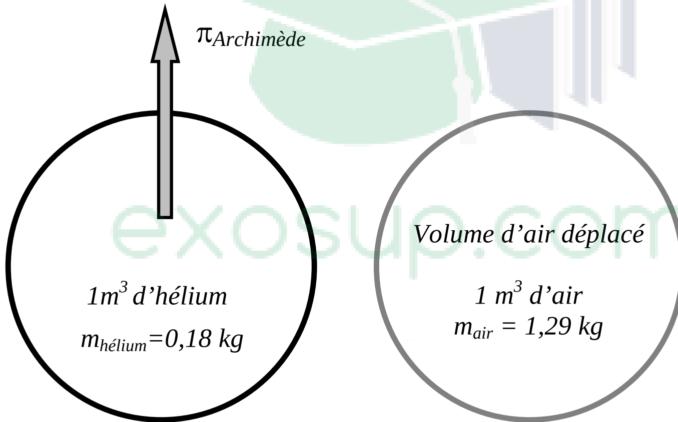
VI.1 CAS D'UN SOLIDE HOMOGÈNE :

Si le corps solide est homogène alors le centre de poussée C est confondu avec le centre de gravité G du solide. Dans ce cas, la poussée d'Archimède à pour expression :

$$\vec{P}_{Archimède} = -\rho_{fluide} V \vec{g}$$

Où : V est le volume du liquide intérieur à la surface S.

- *APPLICATION :* *Les ballons-sondes*



Poids : $P = m_{He} . g = 1{,}766\ N$.

π_{Archi} : $\pi = m_{air} . g = 12{,}655\ N$.

π_{Archi} > Poids.

CHAPITRE 2 : DYNAMIQUE DES FLUIDES

La dynamique des fluides (l'hydrodynamique) a pour objet l'étude des liquides en mouvement. Dans cette étude, on applique à une portion du liquide les lois générales de la dynamique : le principe de l'énergie cinétique, le principe de la quantité de mouvement et le principe de la conservation de la masse.

I. DÉFINITIONS

- ***Ligne de courant :*** la courbe qui, en chacun de ses points, est tangente aux vecteurs vitesses. C'est la courbe suivant laquelle se déplace un élément de fluide.

- ***Tube de courant :*** Surface constituée par un ensemble de lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée. Une conduite donne l'image d'un tube de courant.

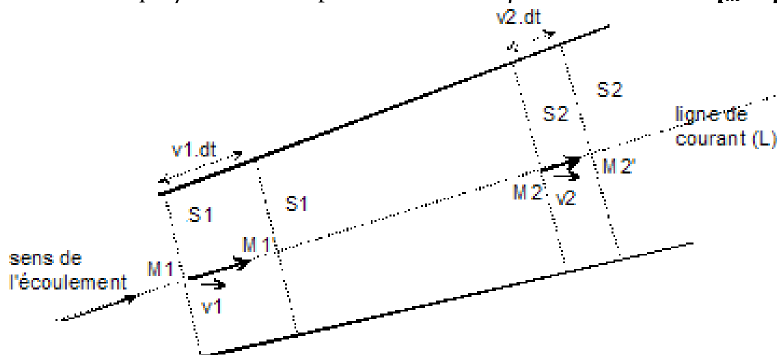
- ***Écoulement permanent :*** Dans un écoulement permanent les vitesses des particules sont indépendantes du temps.

- ***Débit massique :*** C'est la masse de fluide qui traverse une section droite d'un tube de courant pendant l'unité de temps. Il s'exprime en *kg/s*. ($q_m = dm/dt$).

- ***Débit volumique :*** C'est le volume de fluide qui traverse une section droite d'un tube de courant pendant l'unité de temps. Il s'exprime en m^3/s. ($q_v = dv/dt$).

Remarque :

La masse volumique ρ est donnée par la relation : $\rho = m/V$ d'où : $q_m = \rho q_V$



II. ÉCOULEMENT PERMANENT D'UN FLUIDE PARFAIT

Dans un écoulement permanent (d'un fluide parfait), le débit massique se conserve.

Ainsi la masse m_1 du fluide ayant traversé la section S_1 (pendant l'unité de temps) est la même que la masse m_2 ayant traversé la section S_2. *La conservation de la masse* ($q_{m_1} = q_{m_2}$) s'écrit :

$$\rho_1 M_1 M_1^{'} S_1 = \rho_2 M_2 M_2^{'} S_2$$

La distance *MM'* étant égale à $v.dt$, on obtient alors :

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2$$

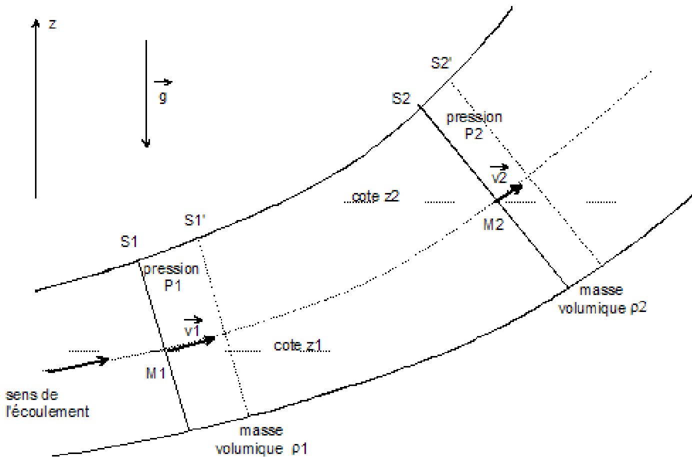
Et puisque les fluides étudiés sont ***incompressibles (ρ=Cte)***, on obtient :

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Cette expression traduit *la conservation du débit volumique* ($q_{v_1} = q_{v_2}$).

III. THÉORÈME DE BERNOULLI

Considérons un fluide parfait, incompressible, en mouvement permanent dans un tuyau *T*. Soient (p_1,v_1) et (p_2,v_2) les pressions et les vitesses du fluide à l'entrée et à la sortie. h (=z_2-z_1) étant le dénivellement.
Pendant le temps *dt* les particules de la section S_1 sont venues en S'_1 ; les particules de la section S_2 sont venues en S'_2.
A l'instant *t* la masse *m* du fluide est comprise entre S_1 et S_2. A l'instant *t+dt* la masse *m* du fluide est comprise entre S'_1 et S'_2.



Suite à l'application du théorème de l'énergie cinétique à la masse *m* du fluide, on obtient la relation suivante :

$$p_1 + \rho g z_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho g z_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} = Cte$$

qui constitue la loi ou la formule de Bernoulli.

III. 1 APPLICATIONS DU THÉORÈME DE BERNOULLI

III. 1.1 Formule de Torricelli

Considérons un liquide incompressible (et non visqueux) contenu dans un récipient. A une hauteur *h* de la surface libre du liquide se trouve un orifice de faible section S_2 par lequel s'écoule le liquide sous l'effet de son poids avec une vitesse V_2 qu'on se propose de déterminer.

L’équation de Bernoulli appliquée entre *A* et *B* s’écrit :

$$p_2 - p_1 = \rho g(z_1 - z_2) + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)$$

Or : $p_2=p_1=p_{atm}$ car la pression qui agit en *A* (sur la surface S_1) et en *B* (sur la surface S_2) est la pression atmosphérique.

Par ailleurs, *l’écoulement est permanent* alors *le débit massique se conserve* :

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 .$$

Cette relation devient du fait que le fluide est *incompressible* ($\rho=Cte$) : $v_1 S_1 = v_2 S_2$. Étant donné que $S_2 << S_1$ alors $v_1 << v_2$ (v_1 est négligeable par rapport à v_2).

On obtient ainsi : $$\rho g h - \frac{1}{2}\rho v_2^2 = 0$$

soit : $$v_2 = \sqrt{2gh}$$ c’est la *formule de Torricelli*

III. 1.2 Phénomène de Venturi

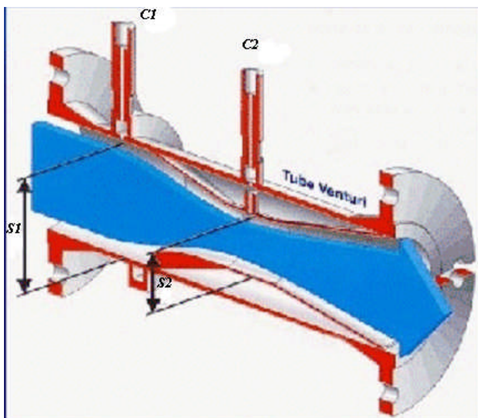
Considérons un courant d’eau circulant dans un tuyau horizontal, de section variable. Le débit étant constant aux parties large et étroite du tuyau, on peut écrire alors :

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Comme : $S_1 > S_2$ alors : $\boldsymbol{v_1 < v_2}$.

En appliquant la loi de Bernoulli sur une ligne de courant de cote *z* on obtient :

$$p_1 + \rho\frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho\frac{v_2^2}{2} = Cte \quad (car\ z_1 = z_2)$$



On en déduit que :

$$\boldsymbol{p_1 > p_2} \quad (car\ v_1 < v_2)$$

Ainsi, la pression est plus faible à l’endroit de l’étranglement où la vitesse est la plus grande : c’est le phénomène de Venturi.

Le dispositif représenté ci-contre, appelé jauge de Venturi, permet la mesure de la vitesse du fluide et par la suite le débit dans une conduite. Les colonnes C_1 et C_2 sont deux sondes de pression (monomètres) placées en amont (avant) et au niveau du rétrécissement pour mesurer la pression avant et au niveau du rétrécissement.

Connaissant les valeurs de P_1 et P_2 nous pouvons calculer v_1 et v_2 :

$$v_1 = \frac{S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \qquad \text{et :} \qquad v_2 = \frac{S_1}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

Le débit volumique dans la conduite est égal alors à :

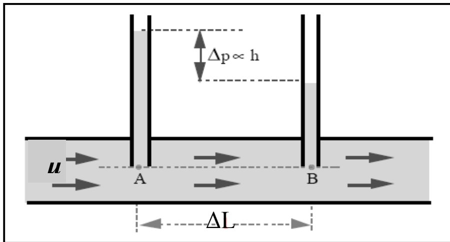
$$q_v = S_1 v_1 = S_2 v_2 = \frac{S_1 S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

IV. LA VISCOSITÉ

IV. 1 LE PHÉNOMÈNE

IV. 1.1 Observations

- L'eau, l'huile, le miel coulent différemment: l'eau coule vite, mais avec des tourbillons; le miel coule lentement, mais de façon bien régulière.



- La pression d'un liquide réel diminue tout au long d'une canalisation étroite dans laquelle il s'écoule.

On définit *la perte de charge* par le rapport : $\frac{\Delta P}{\Delta L}$.

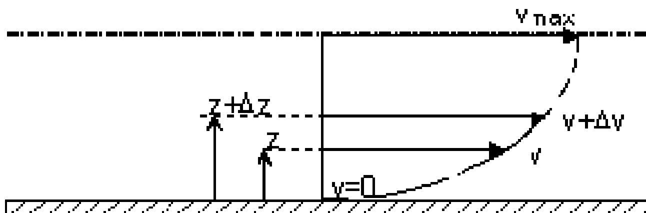
IV.1.2 Conclusion

Dans un fluide réel des forces de frottements, appelés forces de *viscosité*, s'opposent au glissement des couches fluides les unes sur les autres.

Remarque : Les phénomènes dus à la viscosité des fluides ne se produisent que lorsque ces fluides sont en mouvement.

IV. 2 LE PROFIL DE VITESSE

Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules du fluide et des forces d'interaction entre les molécules du fluide et celles de la paroi, chaque molécule ne s'écoule pas à la même vitesse : on dit qu'il existe *un profil de vitesse*.

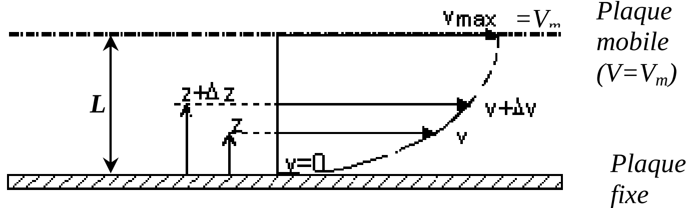


Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement d'ensemble, la courbe liant les extrémités de ces vecteurs représente le *profil de vitesse*.

Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres. La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance *z* ($v = v(z)$) de cette couche au plan fixe.

IV.3 VISCOSITÉ DYNAMIQUE ET VISCOSITÉ CINÉMATIQUE

On considère, dans un fluide, 2 plaques parallèles, l'une P_f fixe et l'autre P_m mobile placée à la distance L de P_f et se déplaçant à la vitesse V_m.



L'expérience montre que :

- Le fluide est en partie entraîné par P_m en raison des forces de frottements.

- Il est nécessaire d'exercer une force F_m pour déplacer P_m à vitesse constante $\mathbf{V_m}$ (il existe donc un processus dissipatif).

La force F_m est donc égale à la force de viscosité F qui *s'oppose au glissement* d'une couche du fluide sur l'autre. La norme de la force de viscosité F est donnée par la relation :

$$F = \mu S \left| \frac{dv}{dz} \right|$$

μ : cœfficient de viscosité ou viscosité dynamique

S : surface de la couche de fluide (surface en regard)

$\frac{dv}{dz}$ *: variation de la vitesse entre deux couches de fluides planes et voisines.*

Unité : Dans le système international (SI), l'unité de viscosité dynamique est *le Pascal seconde* (Pa.s) ou *Poiseuille* (Pl) : 1 *Pa.s* = 1 *Pl* = 1 *kg/m·s*

Remarque : La viscosité des liquides diminue beaucoup lorsque la température augmente. Ainsi pour l'eau par exemple:

à 10°C	$\mu = 1{,}3 \times 10^{-3}$ Pl
à 20°C	$\mu = 1{,}0 \times 10^{-3}$ Pl
à 90°C	$\mu = 0{,}3 \times 10^{-3}$ Pl

On définit aussi un autre cœfficient de viscosité appelé *cœfficient de viscosité cinématique* ν tel que :

$$\nu = \frac{viscosité\ dynamique}{masse\ volumique} = \frac{\mu}{\rho}$$

Unité : Dans le système international (SI), la viscosité cinématique s'exprime en mètre carré par seconde (m^2/s)

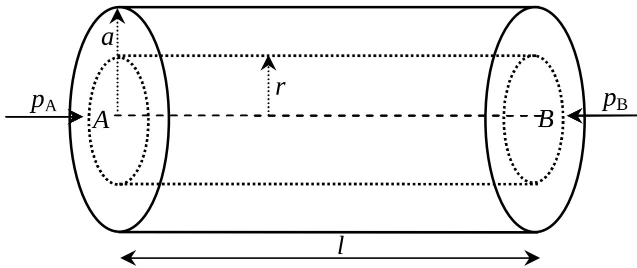
Ordre de grandeur :

Corps	*Air*	*Eau*	*Huile d'olive*
μ (Pa.s)	$18\ 10^{-6}$	$1{,}1\ 10^{-3}$	0,1
ν(m²s⁻¹)	$15\ 10^{-5}$	$1{,}1\ 10^{-6}$	$0{,}11\ 10^{-3}$

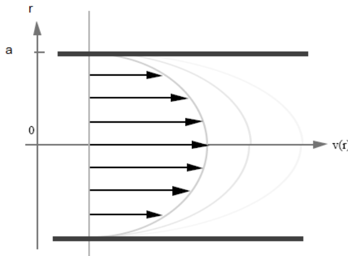
IV.4 LOI DE POISEUILLE

Dans une conduite cylindrique (et étroite) de rayon a, la vitesse d'écoulement d'un fluide visqueux varie en fonction de la distance r à l'axe du tuyau :

$$V(r) = \frac{p_A - p_B}{4\mu l}(a^2 - r^2)$$



IV.4.1 Profil de vitesse dans le cas d'un écoulement de Poiseuile:



Le profil de vitesse est *parabolique* (figure ci-contre).

La vitesse est maximale au *centre* du tuyau (pour r = 0). Elle vaut :

$$V_{\max} = \frac{a^2}{4\mu l}(p_A - p_B)$$

IV.4.2 Débit Volumique *:*

Le débit volumique q_v d'un fluide (en *écoulement laminaire*) à travers une conduite cylindrique *horizontale* de longueur l, de rayon a, entre deux point A et B aux pressions p_A et p_B est :

$$q_v = \frac{\pi a^4}{8\mu l}(p_A - p_B)$$

EXERCICE D'APPLICATION:

On désire faire circuler, en régime laminaire permanent, une huile (de viscosité dynamique μ_h=1 Pl) dans un tuyau de 1 cm de diamètre et de 1 m de longueur.

1) Calculer la surpression qu'il faut exercer en amont du tuyau pour que l'huile coule avec un débit de 0,1 litre par seconde à l'autre bout du tuyau.

2) Pour un même débit et dans la même conduite, comparer la perte de charge obtenue pour l'eau à celle obtenue pour l'huile (μ_e=10^{-3} Pl).

SOLUTION :

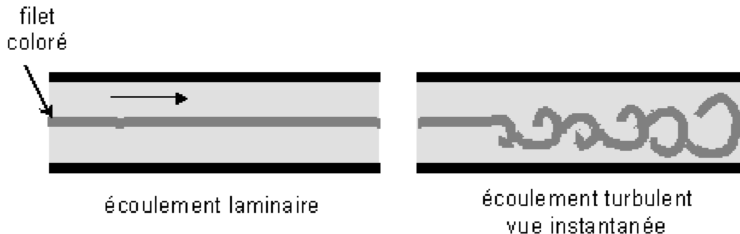
1)

$$On\ a :\ q_v = \frac{\pi a^4}{8\mu l}(p_A - p_B) \quad donc :\ (p_A - p_B) = \frac{8\mu l}{\pi a^4} q_v$$

$$A.N. :\quad (p_A - p_B) = 4.10^5\ Pa$$

V. LES FIFFÉRENTS RÉGIMES D'ÉCOULEMENT: NOMBRE DE REYNOLDS

Les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : *lamellaire* et *turbulent.*



V.I. DÉFINITIONS :

- *Écoulement lamellaire*: régime où les *lames* de fluide glissent les unes sur les autres parallèlement à l'axe. Il a lieu généralement si la vitesse est « faible ».

- *Écoulement turbulent*: Il est instable et imprévisible.

V.2 NOMBRE DE REYNOLDS :

C'est *un nombre sans dimensions* qui va nous permettre de déterminer la "*frontière*" entre un *écoulement lamellaire* et un *écoulement turbulent.*

$$R_e = \frac{\rho v L}{\mu}$$

ρ, μ et v sont respectivement *la masse volumique*, *la viscosité* et *la vitesse moyenne* du fluide.

L est une longueur caractéristique du problème considéré (diamètre d'une conduite par exemple).

L'expérience montre que pour l'eau (ou le sang):

Si Re < 2000 alors l'écoulement est lamellaire;

Si Re > 2000 alors l'écoulement est turbulent.

EXERCICE D'APPLICATION:

On considère de l'eau en écoulement dans une conduite horizontale de diamètre égal à *4cm*.

Calculer la vitesse de l'eau au dessus de laquelle le régime d'écoulement devient turbulent.

On donne: $\rho = 10^3\ Kg.m^{-3}$ et $\mu = 1,1\ 10^{-3}\ Pl.$

SOLUTION :

$$R_e = \frac{\rho v L}{\mu} \Rightarrow v = \frac{\mu R_e}{\rho L} = \frac{0,0011 \times 2000}{1000 \times 0,04} = 5 cm/s$$

ÉLÉMENTS DE PHYSIQUE NUCLÉAIRE ET ATOMIQUE

INTRODUCTION

Il y a 2400 ans, le grec Démocrite imaginait que la matière était constituée de petites particules indivisibles. Il appela cette particule : *atome*. Au XVIIème siècle Newton répète que tout ce qui existe dans notre univers est composé d'atomes. En 1808, John Dalton confirme la définition de Démocrite : « les atomes sont les particules finales de la nature, indivisibles et éternelles ». L'erreur de Démocrite a duré 22 siècles : l'atome lui-même est divisible. En 1895, Roentgen découvre les rayons X. L'année plus tard, Becquerel démontre que des sels d'uranium émettent des rayons, qui sont aussi de l'énergie, « spontanément et sans aucune cause ». Plus tard, Pierre et Marie Curie appellent *radioactivité* cette propriété. En 1902, Marie Curie isole le premier décigramme d'un corps dont elle avait annoncé théoriquement l'existence 45 mois plus tôt : *le radium*.

En 1903, Rutherford montre que « la radioactivité est une preuve et une mesure de l'instabilité des atomes ».

I. RAPPELS SUR LA STRUCTURE DE L'ATOME

I.1 NOMENCLATURE EN PHYSIQUE NUCLÉAIRE

L'atome est constitué d'un noyau autour duquel gravitent des électrons.

Les électrons sont des particules chargées négativement : $q_e = - e = - 1{,}6.10^{-19}$ C (Coulombs) de masse $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg.

Le noyau appelé aussi *nucléide* est constitué de deux types de particules :

- les neutrons, de charge nulle et de masse $m_n = 1{,}67489.10^{-27}$ kg

- les protons, de charge positive $q_p = +e$ et de masse $m_p = 1{,}67264.10^{-27}$ kg.

Les particules (neutrons et protons) constituant le noyau atomique sont appelées **nucléons**.

Un noyau ou un nucléide est constitué de **A** nucléons : **Z** protons et **N** neutrons. Il est représenté par la notation :



$$^{A}_{Z}X$$

où : **X** est le symbole chimique de l'élément considéré.

A (**A=Z+N**) est le *nombre de masse* = nombre de protons + nombre de neutrons.

Z est le numéro atomique = nombre de protons (donc d'électrons).

Exemple :

Le nucléide $^{12}_{6}C$ contient 12 nucléons dont 6 protons. Il contient donc 12-6=6 neutrons.

Remarque :

Le noyau de l'atome est 100 000 fois plus petit que l'atome mais il rassemble pratiquement toute la masse de l'atome.

I.2 LES ISOTOPES

Les isotopes sont les noyaux d'un même élément qui possèdent le même numéro atomique Z mais des nombres de neutrons différents.

Remarque : La plupart des éléments chimiques naturels sont constitués de mélanges de plusieurs isotopes. Ainsi :

- le chlore à l'état naturel par exemple, est constitué d'un mélange de deux isotopes :



$^{35}_{17}Cl$ (abondance=75%) et $^{37}_{17}Cl$ (abondance=25%)

- le carbone est un mélange de trois isotopes : $^{12}_{6}C$; $^{13}_{6}C$ *et* $^{14}_{6}C$ qu'on appelle « carbone 12 », « carbone 13 » et « carbone 14 ».

Il est important de remarquer que les isotopes ayant le même nombre de protons dans le noyau ont, par conséquent, le même nombre d'électrons et donc la même structure électronique. Il en résulte que *leurs propriétés chimiques sont les mêmes* et que la séparations des isotopes par voie chimique est impossible : deux isotopes correspondent au même élément chimique.

I.3 LA MASSE ATOMIQUE

La masse d'un atome est voisine de celle de son noyau puisqu'un nucléon (proton ou neutron) est environ 1830 fois plus lourd qu'un électron.

L'unité légale de la masse (le kilogramme) est trop grande pour les atomes. On utilise donc une unité mieux adaptée à la physique nucléaire : *l'unité de masse atomique* (symbole : *u*) tel que :

1 u est le 1/12 de la masse d'un atome de carbone 12 (^{12}C)

or : 1 mole de carbone 12 a une masse de 12 g

donc : $\boldsymbol{1\ u = 1{,}66054 \,.\, 10^{-27}\ Kg}$

Ainsi les masses du proton, du neutron et de l'électron sont respectivement égales à :

$m_p = 1{,}67264.10^{-27}\ kg = 1{,}00727\ u$

$m_n = 1{,}67489.10^{-27}\ kg = 1{,}00866\ u$

$m_e = 9{,}1.10^{-31}\ kg = 0{,}0005486\ u$

I.4 ÉNERGIE DE LIAISON NUCLÉAIRE

L'existence d'un noyau stable signifie que les nucléons sont dans un état lié. Puisque les protons dans un noyau sont soumis à une forte répulsion électromagnétique, on en déduit qu'il doit exister une attraction encore plus forte qui les maintient ensemble et assure la cohésion du noyau : c'est *la force nucléaire*.

Considérons un noyau $^{A}_{Z}X$ de masse *m* contenant *Z* protons et *A-Z* neutrons. Les mesures expérimentales montrent que la masse *m* du noyau est toujours *inférieure* à la somme des masses des nucléons qui le constituent.

La quantité :

$$\delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m$$

est appelée défaut de masse du noyau atomique.

A δm correspond une *énergie* E_ℓ appelée *énergie de liaison des noyaux atomiques* :

$$E_\ell = (Zm_p + (A-Z)m_n - m)\, c^2 = \delta m.c^2$$

Où : *c* est la célérité (vitesse) de la lumière dans le vide.

La quantité $\boldsymbol{E_\ell / A}$ est l’énergie de liaison moyenne par nucléon.

Remarque :

- L’unité d’énergie en nucléaire est l’*électronvolt* (***eV***) tel que :

$$1\ eV = 1{,}6.10^{-19}\ J$$

- En général, les énergies de liaison des noyaux atomiques sont exprimées en ***MeV*** (*mégaélectronvolt*) tel que : $1\ MeV = 1{,}6.10^{-13}\ J$

II. LA RADIOACTIVITÉ

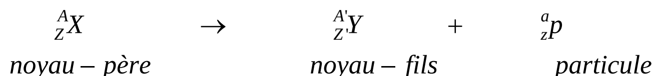
II.1 INSTABILITÉ DES NOYAUX ATOMIQUES

Certains noyaux atomiques sont instables. Ils émettent spontanément une particule (ou un rayonnement) : on dit qu’ils se désintègrent. La désintégration spontanée de noyaux atomiques constituant un matériau (dit radioactif) est appelée ***radioactivité***.

Ainsi, lorsqu’un noyau ${}^{A}_{Z}X$ (appelé noyau père) est instable, il subit une transformation spontanée conduisant à la formation d’un nouveau noyau ${}^{A'}_{Z'}Y$ (appelé le noyau fils). Ce phénomène qui porte le nom de radioactivité ce fait en une ou en plusieurs étapes (chaînes radioactives) et s’accompagne de l’émission de particules et de rayonnements électromagnétiques.

Pour exprimer *A’* en fonction de *A* et *Z’* en fonction de *Z* nous utiliserons deux lois de conservation que vérifient toutes les réactions nucléaires.

- <u>Première loi</u> : *Au cours d’une réaction nucléaire quelconque le nombre total de nucléons reste inchangé.*
- <u>Deuxième loi</u> : *Au cours d’une réaction nucléaire quelconque la charge électrique totale se conserve.*



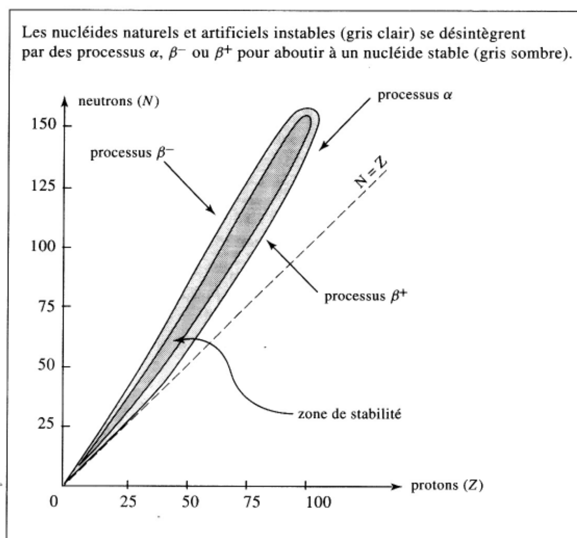
- Conservation du nombre de nucléons : $A = A' + a$
- Conservation de la charge globale : $Z = Z' + z$

II.2 CAUSES D’INSTABILITÉ

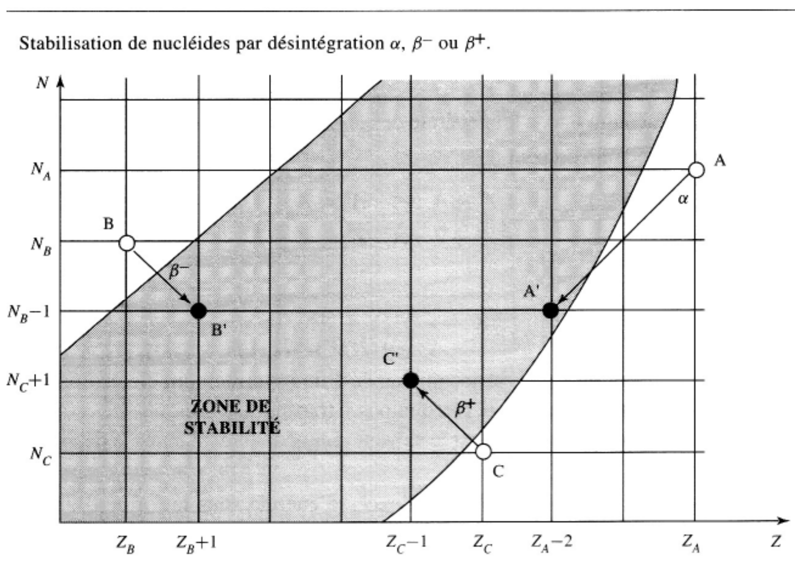
Un noyau atomique devient instable lorsque :

- Le noyau est trop lourd (A = Z+N > 200) : il se désintègre en émettant une particule α (${}^{4}_{2}He$).
- Le noyau contient trop de neutrons par rapport au nombre de protons : il perd un neutron par transformation d’un neutron en proton avec émission d’un électron (particule β^-) : c’est la radioactivité β^-.
- Le noyau contient trop de protons par rapport au nombre de neutrons: il perd un proton par transformation d’un proton en neutron avec émission d’un positron (particule β^+) : c’est la radioactivité β^+.

Si l'on reporte sur un graphique le nombre de neutrons (N) en fonction du nombre de protons (Z) déterminant tous les noyaux possible, on obtient le diagramme des nucléides stables et radioactifs.



Les noyaux stables sont ceux qui se trouvent dans la zone de stabilité : ils contiennent à peu près autant de protons que de neutrons.
On se rend compte que tout noyau en dehors de cette zone de stabilité va tendre à devenir stable par un mode ou un autre de radioactivité

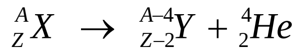


Le noyau *A* est trop lourd ($N_A+Z_A>200$). Il se stabilise en perdant une partie de sa masse sous la forme d'une particule α constituée de 2 protons et 2 neutrons et devient le noyau *A'* formé de Z_A-2 protons et de N_A-2 neutrons. *A'* est dans la zone de stabilité : il est stable.
Le noyau *B* es instable parce qu'il contient trop de neutrons par rapport au nombre de protons. Pour se stabiliser l'un des neutrons se transforme en proton avec une émission, à grande vitesse, d'un électron (particule β^-). *B* devient *B'* noyau stable contenant N_B-1 neutrons et Z_B+1 protons.
Le noyau *C* contient trop de protons. Un proton se transforme en neutron avec émission d'un positron (particule β^+). *C* se transforme donc en *C'*, noyau stable.

II.3 LES DIFFERENTS TYPES DE DESINTEGRATIONS RADIOACTIVES

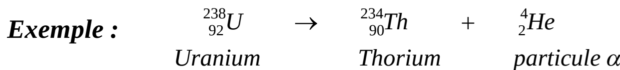
II.3.1 La radioactivité α

Il s'agit d'un noyau (père) lourd instable qui éjecte une particule α (c'est un noyau d'hélium ${}_{2}^{4}He$ constitués de 2 protons et de 2 neutrons) et donne un noyau fils plus léger. Le schéma de désintégration est le suivant :



$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}He$$

Exemple :



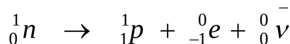
$${}_{92}^{238}U \rightarrow {}_{90}^{234}Th + {}_{2}^{4}He$$

Uranium — *Thorium* — *particule α*

Remarque : Ces particules sont éjectées à grande vitesse $v \approx 2 \times 10^7$ m/s. Elles sont arrêtées par une feuille de papier et par une épaisseur de quelques centimètres d'air. Elles pénètrent la peau sur une épaisseur de l'ordre de quelques micromètres. Elles ne sont pas dangereuses pour la peau.

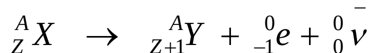
II.3.2 La radioactivité β^-

Un neutron ${}_{0}^{1}n$ du noyau se transforme en proton ${}_{1}^{1}p$. Il se produit à l'intérieur du noyau père la transformation suivante :



$${}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e + {}_{0}^{0}\bar{\nu}$$

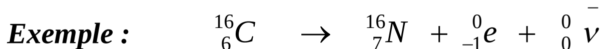
Ainsi :



$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e + {}_{0}^{0}\bar{\nu}$$

où : ${}_{-1}^{0}e$ est un électron et $\bar{\nu}$ est une particule relativiste sans charge et dont la masse au repos est très faible appelée *antineutrino*.

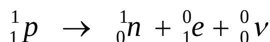
Exemple :



$${}_{6}^{16}C \rightarrow {}_{7}^{16}N + {}_{-1}^{0}e + {}_{0}^{0}\bar{\nu}$$

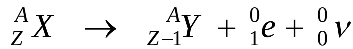
II.3.3 La radioactivité β^+

Elle résulte de la transformation d'un proton en un neutron. Il se produit à l'intérieur du noyau père la transformation suivante :



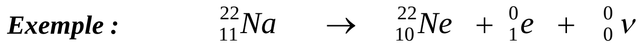
$${}_{1}^{1}p \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{1}^{0}e + {}_{0}^{0}\nu$$

Ainsi :



$$ {}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{1}^{0}e + {}_{0}^{0}\nu $$

où : ${}_{1}^{0}e$ est un positron (électron positif) et ν est une particule sans charge et dont la masse au repos est très faible appelée *neutrino*.



Exemple : $$ {}_{11}^{22}Na \rightarrow {}_{10}^{22}Ne + {}_{1}^{0}e + {}_{0}^{0}\nu $$

Remarque :

Les particules β sont émises à grande vitesse v ≈ 2,8 x 10 ^{8} m/s. Elles sont plus pénétrantes que les particules α. Elles sont arrêtées par une plaque d'aluminium de quelques centimètres. Ces particules pénètrent la peau sur une épaisseur de quelques millimètres et sont dangereuses pour la peau.

II.3.4 La capture électronique

Il s'agit d'un noyau qui absorbe un électron du cortège électronique. Ce sont en général les électrons de la couche *K* qui sont concernés ; on parle de capture *K*. L'électron capturé s'associe à un proton du noyau pour former un neutron et un neutrino selon le schéma suivant :



$$ {}_{1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{0}^{0}\nu $$

Pour un noyau ${}_{Z}^{A}X$ on obtient :



$$ {}_{Z}^{A}X + {}_{-1}^{0}e \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{0}^{0}\nu $$



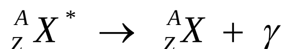
Exemple : $$ {}_{27}^{57}Co + {}_{-1}^{0}e \rightarrow {}_{26}^{57}Fe + {}_{0}^{0}\nu $$

Remarque : Le départ de l'électron de la couche *K* crée une lacune dans cette dernière qui sera comblée par un électron appartenant à une couche moins profonde comme les couches *L* et *M*. Ce réarrangement du cortège électronique s'accompagne d'émission de rayons X caractéristique de l'atome produit ${}_{Z-1}^{A}Y$.

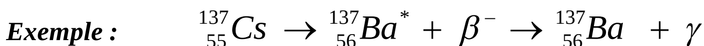
II.3.5 La radioactivité γ

Le noyau produit à la suite d'une transformation nucléaire (par exemple une désintégration α ou β) peut se trouver dans un état excité : il se désexcite en émettant des photons γ. La désintégration γ accompagne le plus souvent la radioactivité α ou β.

Donc pour un noyau se trouvant dans un état excité ${}_{Z}^{A}X^{*}$, on a :



$$ {}_{Z}^{A}X^{*} \rightarrow {}_{Z}^{A}X + \gamma $$



Exemple : $$ {}_{55}^{137}Cs \rightarrow {}_{56}^{137}Ba^{*} + \beta^{-} \rightarrow {}_{56}^{137}Ba + \gamma $$

III LA LOI DE DÉCROISSANCE RADIOACTIVE

III.1 CONSTANTE DE DÉSINTÉGRATION ET RELATION FONDAMENTALE

La désintégration d'un nucléide radioactif est un processus aléatoire (et imprévisible) dont la réalisation ne peut se décrire que d'un point de vue

probabiliste. On définit *la constante radioactive (ou constante de désintégration)* λ comme étant *la probabilité de désintégration d'un noyau radioactif par unité de temps*.

Ainsi, si la source contient nombre N de noyaux instables, le nombre moyen de noyaux subissant une désintégration pendant l'élément de temps dt est donné par

$$dN = -\lambda N\,dt$$

Le signe « moins » s'explique par le fait que le nombre ne noyaux radioactifs diminue en fonction du temps et par conséquent dN est négatif.

En désignant par N_0 le nombre de noyaux présents à l'instant initial $t=0$ et en intégrant la relation ci-dessus, on obtient le <u>*nombre de noyaux N(t) présents à l'instant t*</u> :

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\int_{0}^{t} \lambda dt$$

d'où : $$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$ *C'est la loi de décroissance radioactive.*

λ est la constante radioactive. Elle s'exprime en s^{-1}.

III.2 PÉRIODE RADIOACTIVE

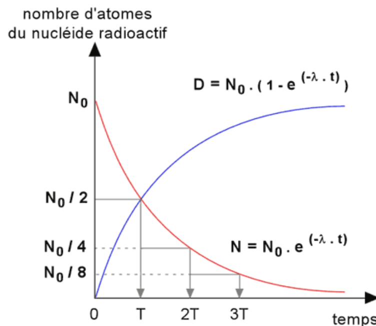
La période radioactive ***T*** (appelée aussi demi-vie) d'un radioélément est le temps au bout duquel la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon se sont désintégrés.

Ainsi, au bout d'un temps ***T*** (période radioactive), on a :

$$N_T = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$$

donc : $$T = \frac{Ln 2}{\lambda}$$

La période radioactive d'un radionucléide est une caractéristique de celui-ci et sa valeur est extrêmement variable.



Graphique représentant le nombre de noyaux radioactifs « pères » N(t) et de noyaux « fils » D(t) présents à l'instant t.

Exemple : Pour le polonium ($^{212}_{84}Po$), $\lambda = 0,3\ 10^{-6}$ seconde
Pour le thorium ($^{232}_{90}Th$), $\lambda = 1,4\ 10^{10}$ ans

IV. L'ACTIVITÉ

L'activité d'une substance radioactive est le nombre de désintégrations par unité de temps. L'unité de l'activité est le *Becquerel* (*Bq*) :

1 Bq = 1 désintégration par seconde

Pendant le temps *dt* il se désintègre *–dN* noyaux (*dN*<0). Par définition l'activité *A(t)* à l'instant *t* est :

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} \quad \Rightarrow \quad A(t) = \lambda N(t)$$

donc : $$A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad \Leftrightarrow \quad A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

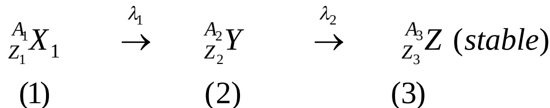
où : A_0 (= λN_0) est l'activité à l'instant $t=0$.

Donc l'activité diminue de moitié au bout d'une période.

Ordre de grandeur:
- l'eau de mer a une activité de l'ordre de *10 Bq* par litre.
- L'activité d'un gramme de radium est supérieure à 10^{10} *Bq*.

V. DÉSINTÉGRATION EN CHAÎNE : FILIATION RADIOACTIVE A TROIS CORPS (1 PARENT ET 2 DESCENDANTS)

Soit la filiation :



$$^{A_1}_{Z_1}X_1 \xrightarrow{\lambda_1} {}^{A_2}_{Z_2}Y \xrightarrow{\lambda_2} {}^{A_3}_{Z_3}Z\ (stable)$$

(1) (2) (3)

Les variations du nombre de noyaux pendant un intervalle de temps dt des espèces (1), (2) sont :

- Pour $^{A_1}_{Z_1}X$: $dN_1 = -\lambda_1 N_1\, dt$

- Pour $^{A_2}_{Z_2}Y$: $dN_2 = -\lambda_2 N_2\, dt + \lambda_1 N_1\, dt$

Ainsi, si à $t=0$ le nombre de noyaux $^{A_1}_{Z_1}X$ est égal à N_{01} alors le nombre de noyaux $^{A_1}_{Z_1}X$ présents à un instant *t* quelconque est donné par :

$$N_1(t) = N_{01}\, e^{-\lambda_1 t}$$

de la même manière, l'intégration de l'équation différentielle : $\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1$ nous donne le nombre de noyaux $^{A_2}_{Z_2}Y$ présents à un instant *t* quelconque :

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

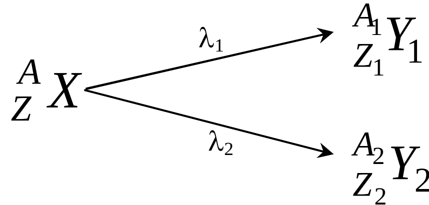
Les activités correspondantes sont données par :

$$A_1(t) = \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 t}$$

$$A_2(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

VI. DÉSINTÉGRATION COMPOSÉE OU EMBRANCHEMENT :

Considérons la désintégration composée suivante :



Les noyaux $^{A}_{Z}X$ se désintègrent, dans ce cas, suivant deux modes différents.
Chaque mode de désintégration *i* (*i = 1 ou 2*) est caractérisé par une constante de désintégration radioactive λ_i (*i = 1 ou 2*) qui représente la probabilité pour que le noyau initial $^{A}_{Z}X$ se désintègre selon le mode *i*.
Sur un nombre *N* de noyaux, λN noyaux se désintégreront au bout « d'une seconde » : $\lambda_1 N$ noyaux se désintégreront suivant le mode 1 (pour donner $^{A_1}_{Z_1}Y_1$) et $\lambda_2 N$ noyaux se désintégreront suivant le mode 2 (pour donner $^{A_2}_{Z_2}Y_2$).

Ainsi : $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$

Les variations du nombre de noyaux pendant un intervalle de temps dt sont :

- Pour $^{A}_{Z}X$: $dN = -(\lambda_1 + \lambda_2) N\, dt = \lambda N\, dt$
- Pour $^{A_1}_{Z_1}Y_1$: $dN_1 = +\lambda_1 N\, dt$
- Pour $^{A_2}_{Z_2}Y_2$: $dN_2 = +\lambda_2 N\, dt$

Par ailleurs, la constante de désintégration λ et la période *T* sont liés par la relation $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$.

Donc :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$$

Ce sont donc les inverses des périodes qui s'ajoutent pour donner l'inverse de la période totale ou « effective ».

VI.1 APPLICATION : PÉRIODE BIOLOGIQUE ET PÉRIODE EFFECTIVE

Un radionucléide (noyau radioactif) ayant pénétré dans l'organisme peut soit :
se répartir de façon homogène dans tout l'organisme, par exemple : ^{24}Na et ^{36}Cl, soit se concentrer dans un ou plusieurs organes cibles, par exemple : ^{131}I dans la thyroïde.
Dans le second cas, l'élimination du radionucléide incorporé s'effectue par la *combinaison* de la *décroissance radioactive* (avec une période ***T***) du radionucléide *et de l'élimination biologique propre à l'organe* cible.
Nous considérerons que l'élimination biologique obéit à une loi exponentielle *de période biologique* $\boldsymbol{T_b}$, qui est le temps nécessaire pour que la moitié de la quantité d'une substance introduite dans un organe en soit éliminée.
La période effective sera alors :

$$\frac{1}{T_e} = \frac{1}{T} + \frac{1}{T_b}$$

A titre d'exemple l'iode $^{131}_{53}I$ qui se concentre dans la thyroïde possède une période (*de décroissance radioactive*) *T=8 jours* et une période biologique de T_b*=40 jours* à une période effective dans l'organisme T_e*=7,6 jours*.

EXERCICE D'APPLICATION : Datation au carbone 14

En effectuant des fouilles on a découvert une momie. Pour déterminer son âge on utilise la méthode de datation dite au carbone 14. Cet isotope du carbone est constamment produit lors du bombardement de l'azote atmosphérique $^{14}_{7}N$ par les neutrons cosmiques.
Le carbone 14 assimilé par les organismes vivants sous la forme de CO_2 se trouve donc présent en très faible quantité dans ces organismes. L'expérience montre que les proportions des deux isotopes $^{14}_{6}C$ et $^{12}_{6}C$ sont les mêmes dans le dioxyde de carbone atmosphérique et dans tous les organismes actuellement vivants. On fait l'hypothèse qu'il en a toujours été ainsi, tout au moins au cours des derniers millénaires.
Après la mort, la proportion de carbone 14 diminue car cet isotope est radioactif β^- , de période T=5570 années.

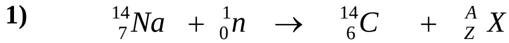
1) Écrire l'équation nucléaire de formation de carbone 14.

2) Écrire l'équation de désintégration du carbone 14.

3) L'activité d'un prélèvement de matière organique sur la momie est *A=1180 Bq*. l'activité d'une même quantité de matière organique actuelle est A_0*=1980 Bq*. En déduire l'âge de la momie.

SOLUTION :

1) $^{14}_{7}Na + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{A}_{Z}X$



- Loi de conservation des nucléons:

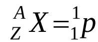
14 + 1 = 14 + A

- Loi de conservation de la charge:

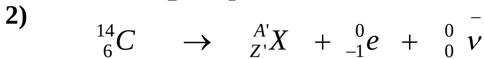
7 + 0 = 6 + Z

Donc: A = 1 et Z = 1

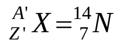
$^{A}_{Z}X = ^{1}_{1}p$



2) $^{14}_{6}C \rightarrow ^{A'}_{Z'}X + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\bar{\nu}$



donc : $^{A'}_{Z'}X = ^{14}_{7}N$



3) *L'activité de l'échantillon de la momie au moment de la mort était égale à* A_0

donc : $t = \frac{1}{\lambda} Ln \frac{A_0}{A(t)} \Rightarrow t = \frac{T}{Ln2} Ln \frac{A_0}{A(t)}$

A.N. : $t \approx$ *4160 années.*